Serie numeriche

Esercizi da svolgere

1. Provare per induzione che

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2+13k+42} = \frac{n}{7n+49}$$

   e calcolare la somma della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2+13n+42}$$

2. Determinare per quale parametro reale $p \in \mathbb{R}$ la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\cos(n)+\sqrt{n}+n^{2p+1}}{3\sqrt{n}-n^p}$$

3. Determinare per quale parametro reale $x \in \mathbb{R}$ la seguente serie è convergente:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2-x}{x}\right)^n$$

   e calcolare la somma della serie per $x = 3$.

4. Stabilire il carattere della seguente serie numerica

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(n+1)!}{e^{n^2}}$$

Domande

1. $a_n = \dfrac{1}{n\log(n)}$ è una successione infinitesima. La serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\log(n)}$ è quindi convergente? Perché?

2. Se una serie geometrica è convergente cosa si può dire della ragione della serie?

3. La somma di una serie geometrica può essere uguale a 0?

4. La somma di una serie geometrica può essere negativa?

5. Un numero periodico può essere scritto come somma infinita di potenze decrescenti di 10. In che modo posso scrivere $1.4\overline{7}$?

6. Quale tra le seguenti serie a termini positivi ha somma maggiore? Perché?

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(n+1)!} \qquad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2^n}$$