

Esercizi sul teorema fondamentale del calcolo

1. Sia:

$$f(x) = \int_1^{3x} \frac{1}{1+t+t^2} dt.$$

Si calcolino $f'(x)$ e $f''(x)$.

2. Sia:

$$f(x) = \int_0^x \frac{t^2 - 4}{1 + \cos^2 t} dt.$$

Si trovino e si classifichino i massimi ed i minimi relativi di f .

3. Sia:

$$f(x) = \int_{x^2}^2 \sqrt{t+1} dt.$$

Si calcoli $f'(x)$.

Esercizi sull'integrazione immediata

1. Calcolare:

$$\int_{-3}^4 ||x| - 4| dx.$$

2. Sapendo che:

$$\int_0^3 f(x) dx = 12, \int_0^6 f(x) dx = 42,$$

si calcoli:

$$\int_3^6 (f(x) - 3) dx.$$

3. Risolvere e discutere l'equazione:

$$\int_0^1 t^x dt = 5.$$

4. Provare che:

$$\int_{-1}^0 \frac{4x^2 - 8x + 1}{(x-1)^2} dx = \frac{5}{2}.$$

5. Provare che:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin^3(2x) \cos^4(2x) dx = \frac{1}{35}.$$

Esercizi sull'integrazione per parti

1. Provare che:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 x \cos^3 x dx = \frac{1}{12}$$

2. Provare che:

$$\int_0^1 \ln \frac{x+1}{x+2} dx = \ln \frac{16}{27}$$

3. Provare che:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-x} \sin 2x dx = \frac{2}{5} (1 + e^{-\pi/2}).$$

Esercizi sul cambio di variabile

1. Provare che:

$$\int_0^1 \frac{x^3}{\sqrt{1+x^2}} dx = \frac{2-\sqrt{2}}{3}.$$

2. Provare che:

$$\int_0^1 x\sqrt{1+5x^2}dx = \frac{2\sqrt{6}}{5} - \frac{1}{15}.$$

3. Provare che:

$$\int_0^1 x^2\sqrt{2+x^3}dx = \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{2}}{9}.$$

4. Provare che:

$$\int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})^2}dx = 3 - 2\sqrt{2}.$$

5. Provare che:

$$\int_0^1 x^3\sqrt{4+x^2}dx.$$

6. Provare che:

$$\int_1^3 \frac{x}{\sqrt{1+3x^2}}dx.$$

7. Provare che:

$$\int_1^9 \frac{3x}{\sqrt{10-x}}dx.$$

8. Provare che:

$$\int_0^1 x^2\sqrt{1+x^3}dx.$$

9. Provare che:

$$\int_0^4 x\sqrt{x^2+9}dx.$$