

Cognome

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Nome

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Matricola

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

1. (p.ti 5) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(e^x - 1)^2 (\cos(x) - 1)}{\log(1 + x^2) - x^2} = 1$$

2. (p.ti 6) Stabilire per quali valori di α l'integrale

$$\int_0^1 \frac{\log(1+x)}{x^\alpha} dx \quad \text{converge per } \alpha < 2$$

3. (p.ti 5) Dimostrare che la funzione $f(x) = 4x^3 - 21x^2 + 18x + 2$ ammette 3 radici reali. Quanti di essi hanno ascissa negativa? **una ha ascissa negativa**

4. (p.ti 6) Un filo metallico di lunghezza 1 metro viene tagliato in 2 parti per delimitare il perimetro di due figure, un quadrato e un triangolo equilatero.

(a) Scrivere la funzione che descrive come varia la somma delle aree delle figure a seconda del taglio effettuato

$$\left(\frac{1-x}{4}\right)^2 + \frac{\sqrt{3}}{36}x^2$$

(b) Quanto vale il minimo della somma delle aree in cm^2 ? $\frac{3\sqrt{3}-4}{44} \sim 272 \text{ cm}^2$

(c) Quanto vale il massimo della somma delle aree in cm^2 ? $\frac{1}{16} \sim 625 \text{ cm}^2$

5. (p.ti 5) Risolvere

$$\begin{cases} y' = -2xy \\ y(0) = -1 \end{cases}$$

$$y(x) = -e^{-x^2}$$

6. (p.ti 6) Dato il grafico della funzione $f(x) = \sin(x^3)$ nell'intervallo $[-1, 1]$ riportato di seguito, disegnare un grafico qualitativo di $F(x) = \int_{-1}^x f(t)dt$ e successivamente calcolare $F(1) = 0$.

