Matematica - CTF

dott. Alessandro Gambini

I appello 25 gennaio 2016

Cognome

Nome

Matricola

1. (**p.ti 2**) Sia $f(x)$ una funzione monotona, allora:

   (a) se $f(x)$ è continua allora è derivabile

   (b) se $f(x)$ è integrabile allora è continua

   (c) $f(x)$ è integrabile X

   (d) $f(x)$ è continua

2. (**p.ti 2**) La derivata prima della funzione $f(x) = \log^2(x^2 + a)$ con a parametro reale è:

   (a) $2x\dfrac{\log(x^2+a)}{(x^2+a)^2}$

   (b) $\dfrac{2x}{x^2+a}$

   (c) $\dfrac{1}{x^2+a}$

   (d) $4x\dfrac{\log(x^2+a)}{x^2+a}$ X

3. (**p.ti 5**) Stabilire per quali valori di a e b reali la funzione

$$f(x) = \begin{cases} x^3 + a^2x + b & \text{se } x < 0 \\ -e^{x+a} & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

   è continua e derivabile. Nessun valore reale

4. (**p.ti 5**) Stabilire se la serie a termini positivi $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{1}{n}\right)}{n^{2/5}}$ converge o diverge fornendone una argomentazione.

   Converge

5. (**p.ti 5**) Calcolare $\displaystyle\int_0^{2\pi} x\cos(x)dx$ =0

6. (**p.ti 5**) Calcolare $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(-1)^{n^2}\log(n^2)}{n^2+1}$ =0

7. (**p.ti 6**) La funzione $f(t) = t\,e^{-0.1t}$ descrive la concentrazione di un farmaco nel sangue dal momento della somministrazione per via orale in $\mu g/ml$. Misurando il tempo t in minuti stabilire dopo quanto tempo la concentrazione è massima. =10 min

   Determinare la quantità totale di farmaco accumulato nel sangue. =100 μg

8. (**p.ti 6**) Data l'equazione differenziale

$$\begin{cases} y' = 3x^2(y-3)(y-1) \\ y(0) = 2 \end{cases}$$

   mostrare che la soluzione $y(x)$ è sempre decrescente e ha due asintoti orizzontali. Poiché $y(0) = 2$, $1 < y(x) < 3$ quindi la derivata prima è sempre negativa. Essendo monotona e limitata ha 2 asintoti orizzontali.