Matematica - CTF

dott. Alessandro Gambini

II appello 22 febbraio 2016

Cognome

Nome

Matricola

1. (**p.ti 2**) Sia $A : [0, 2[\cap\mathbb{Q}$, allora:

   (a) 2 è il massimo dell'insieme A

   (b) 1 è un maggiorante dell'insieme A

   (c) $1 \notin A$

   (d) 2 è l'estremo superiore dell'insieme A X

2. (**p.ti 2**) La funzione $f(x) : [1, e] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x + 1)$

   (a) Ammette massimo assoluto per $x = 1$

   (b) Ammette massimo assoluto per $x = e$ X

   (c) Non ammette massimo assoluto

   (d) Ammette massimo assoluto per $x = e + 1$

3. (**p.ti 6**) Sia $f(x) = \displaystyle\int_0^x \frac{\sin t}{1 + t^2} dt$

   Determinare i punti stazionari della funzione in $[-1, 1]$ e disegnare un grafico qualitativo della funzione nell'intervallo $[-1, 1]$ $x = 0$

4. (**p.ti 5**) Calcolare la somma della serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty} \frac{5^{n+1}}{7^n} = \frac{125}{14}$

5. (**p.ti 5**) Calcolare $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\sin^2(x^2)\cos(x^2)}{x^3} = 0$

6. (**p.ti 5**) Stabilire la convergenza dell'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty} \frac{x\cos(x)}{1 + x^3} dx$ fornendone una argomentazione. Convergente

7. (**p.ti 5**) Verificare che $y(x) = e^{1-x}x^x$ è soluzione dell'equazione differenziale

$$\begin{cases} y' = \log(x)\, y \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

8. (**p.ti 6**) Dimostrare che la funzione $f(x) = e^x + x^2 + 1$ ammette un punto stazionario in un punto di ascissa negativa e che esso è un minimo assoluto.