Matematica - CTF

dott. Alessandro Gambini

Terzo appello 20 febbraio 2015

Cognome

Nome

Matricola

1. (**p.ti 2**) La soluzione della disequazione $\log_2(|x^2-2|) < 1$ é

   (a) $]-2,0[\cup]0,2[$

   (b) $]-2,-\sqrt{2}[\cup]-\sqrt{2},0[\cup]0,\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2},2[$ X

   (c) $]-2,-\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2},2[$

   (d) $]-2,2[$

2. (**p.ti 2**) Siano $f(x)=3$ e $g(x)=x^2+1$

   (a) $f(f(x))=g(3)$

   (b) $f(x^2+1)=g(3)$

   (c) $f(g(x))=3$ X

   (d) $f(g(x))=g(f(x))$

3. (**p.ti 5**) Calcolare $\lim_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-1-x^2}{\sin(x^4)}=\frac{1}{2}$

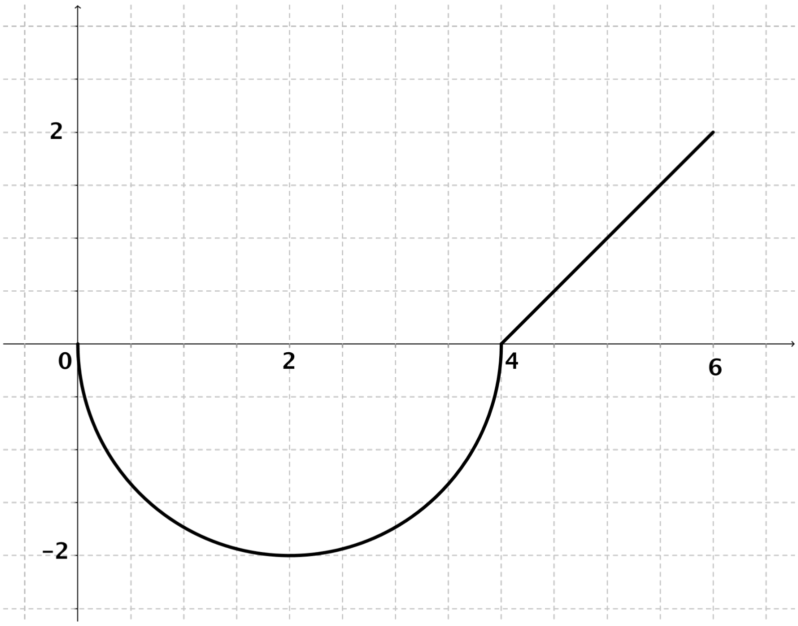
4. (**p.ti 5**) Stabilire per quali valori di $x\in\mathbb{R}$ la funzione $f(x)=\displaystyle\int_0^x \frac{t}{t^2+1}dt$ è convessa. $[-1,1]$

5. (**p.ti 5**) Stabilire per quali valori di $x\in\mathbb{R}$ la serie $\displaystyle\sum_{n=2}^{\infty}\left(\frac{x}{x^2+1}\right)^n$ converge e stabilirne eventualmente la somma per $x=-1$ $\forall x\in\mathbb{R}$, $\frac{1}{6}$

6. (**p.ti 5**) Una marca di biscotti viene venduta in scatole, ovvero contenitori a forma di prisma a base esagonale, realizzati con fogli di cartoncino. Se un contenitore puó contenere $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\,dm^3$, quali devono essere le sue dimensioni in centimetri, affinché sia minima la quantità di cartoncino necessario per realizzarlo? (Si trascuri lo spessore del cartone). lato$=\frac{1}{\sqrt{3}}$, altezza$=1$

7. (**p.ti 6**) Stabilire per quali valori di $a\in\mathbb{R}$ l'integrale $\displaystyle\int_0^{+\infty}\frac{x^{2a}}{e^x-1-x}dx$ è convergente $a>\frac{1}{2}$

8. (**p.ti 5**) Data $f(x)$ in figura (pagina successiva) sia $F(x)=\displaystyle\int_0^x f(t)dt$. Calcolare $F(0)=0$, $F(6)=2-2\pi$ e disegnare un grafico qualitativo di $F(x)$.


2
-2
0
2
4
6