Cognome

Nome

Matricola

Matematica - CTF

dott. Alessandro Gambini

V appello 5 luglio 2018

1. (**p.ti 2**) Quale dei seguenti numeri reali non é soluzione della equazione $|x-1|-2+|x-3|=0$?

   (a) 1

   (b) $\sqrt{2}$

   (c) $\pi-1$

   (d) $\frac{1}{2}$ X

2. (**p.ti 2**) Quale delle seguenti serie numeriche ha somma $\frac{1}{4}$?

   (a) $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}$

   (b) $\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^2+n}$

   (c) $\sum_{n=3}^{\infty}\frac{1}{2^n}$ X

   (d) $\sum_{n=4}^{\infty}\frac{1}{n}$

3. (**p.ti 5**) Stabilire per quali valori di x la seguente serie converge e calcolarne la somma per $x=1$

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{x^2+1}\right)^n$$

Converge per ogni $x\neq 0$ e ha somma 1 per $x=1$

4. (**p.ti 5**) Dimostrare che la funzione

$$f(x)=\int_0^x\frac{1}{t^4+1}\mathrm{d}t$$

é monotona crescente per ogni x reale e convessa per $x<0$.

5. (**p.ti 6**) Risolvere il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'=\dfrac{xe^x}{y} \\ y(0)=1 \end{cases} \qquad y(x)=\sqrt{2e^x(x-1)+3}$$

6. (**p.ti 6**) Utilizzando il criterio di Cesaro-Stolz calcolare

$$\lim_{n\to\infty}\frac{\sum_{k=1}^{n}k^{1/k}}{n} \qquad =1$$

motivando la risposta.

7. (**p.ti 5**) Stabilire la convergenza del seguente integrale improprio:

$$\int_0^{\infty}\frac{x\log(1+x)}{x^3+1}\mathrm{d}x \text{ converge}$$

motivando la risposta

8. (**p.ti 6**) Disegnare il grafico della funzione $f(x):[0,1]\to\mathbb{R}$

$$f(x)=\min\left(e^x,e^{-x}+1\right)$$

calcolando massimi e minimi assoluti. $\left[1,\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right]$