Matematica - CTF

dott. Alessandro Gambini

Sesto appello 14 settembre 2015

Cognome

Nome

Matricola

1. (**p.ti 2**) Una funzione $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua e derivabile tale che $f'(x) > 0$ per ogni x reale,

   (a) è necessariamente illimitata

   (b) se è limitata ha almeno un flesso X

   (c) può avere massimi e minimi locali

   (d) non può avere cambi di concavità

2. (**p.ti 2**) La disequazione $(3x-1)^4 + 2 < 0$

   (a) è vera per $x < \frac{1}{3}(1 - \sqrt[4]{2})$ e $x > \frac{1}{3}(1 + \sqrt[4]{2})$

   (b) è vera per $\frac{1}{3}(1 - \sqrt[4]{2}) < x < \frac{1}{3}(1 + \sqrt[4]{2})$

   (c) è sempre vera

   (d) non ha soluzioni reali X

3. (**p.ti 6**) Stabilire per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ l'integrale improprio $\int_0^{+\infty} \frac{2x^a}{1+(1+x^2)^2}$ converge e in caso affermativo calcolarlo per $a = 1$ $a < 3$, risultato$=\frac{\pi}{4}$

4. (**p.ti 5**) Per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la funzione polinomiale $f(x) = 6x^4 - ax^2 + 3x + 1$, è sempre convessa? $a > 0$

5. (**p.ti 5**) Calcolare $\lim_{x \to 1} \frac{\ln^2(x)}{x^3 - x^2 - x + 1}$ $= \frac{1}{2}$

6. (**p.ti 5**) Risolvere il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \dfrac{\ln(x)}{y} \\ y(e) = 1 \end{cases}$$

   $y(x) = \sqrt{1 - 2x + 2x\ln(x)}$

7. (**p.ti 5**) Stabilire se la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+3}}{n!}$ converge o diverge. convergente

8. (**p.ti 5**) Stabilire per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ la funzione $\begin{cases} x^3 & 0 \le x \le 1 \\ x^2 - kx + k & 1 < x \le 2 \end{cases}$ è continua e derivabile nell'intervallo $]0, 2[$ $k = -1$