

## Compito 1

1. **(p.ti 2)** La funzione  $f(x) = \sqrt{x^2 + 7x} - |x|$ ,  $x \geq 0$  è

- (a) dotata di massimo assoluto      (c) convessa  
(b) limitata      (d) decrescente

2. **(p.ti 2)** La serie  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}}{n!}$

- (a) è geometrica      (c) è convergente  
(b) ha somma nulla      (d) ha somma  $\frac{3}{4}$

3. **(p.ti 6)** Disegnare un grafico qualitativo della funzione, calcolando monotonìa e concavità di  $F(x) = \int_0^x t^2 e^{-t^2} dt$ .

4. **(p.ti 6)** Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7 \sin x - \sin(7x)}{x [\ln(1+x) + \ln(1-x)]}$

5. **(p.ti 4)** Risolvere il Problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = 2x(1+y^2) \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

6. **(p.ti 4)** Stabilire i punti critici della funzione  $f(x, y) = x^4 - y^4 - 4xy$  stabilendone la natura.

7. **(p.ti 6)** Una fabbrica di medicinali produce un prodotto a forma di parallelepipedo rettangolo in cui la base rettangolare ha una dimensione doppia dell'altra. Il volume del prodotto è di 576mm cubi.

- (a) Scrivere la funzione che descrive come varia l'altezza al variare delle misure dei lati della base  
(b) Calcolare la misura della superficie totale del prodotto, in funzione della misura dei lati della base  
(c) La misura del lato corto della base è compresa tra 3 e 12 mm. Determinare per quale valore compreso in questo intervallo la superficie totale del prodotto è minima.

8. **(p.ti 5)** Stabilire il numero di soluzioni dell'equazione  $x^3 - x^2 + 1 = k$  al variare di  $k \in \mathbb{R}$

## Compito 2

1. **(p.ti 2)** Per quali valori di  $p \in \mathbb{R}$  l'integrale  $\int_0^{+\infty} \frac{x+7}{x^p(x^2+1)} dx$  è convergente?

- (a) per ogni  $p$  reale. (c)  $p < 1$   
 (b)  $p < -1$  o  $p > 0$  (d)  $0 < p < 1$

2. **(p.ti 2)** Quanti sono i possibili anagrammi della parola MATEMATICA?

- (a)  $\frac{10!}{7!}$  (b)  $10!$  (c)  $9! \frac{5}{12}$  (d)  $\binom{10}{3}$

3. **(p.ti 4)** Per quali valori di  $p \in \mathbb{R}$  la serie  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^p}{n^{2p-1} + 3}$  è convergente?

4. **(p.ti 4)** Calcolare  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^x (e^t - 1 - t) dt}{x - \sin x}$

5. **(p.ti 5)** Risolvere il Problema di Cauchy

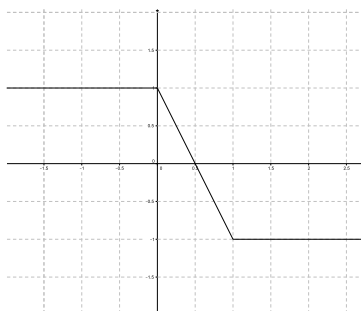
$$\begin{cases} y' = \frac{y^2+1}{(x+1)(x-1)} \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

6. **(p.ti 6)** Data la curva di livello  $f(x, y) = x^2 + 2x + y^2 - 2xy$  passante per  $(1, 1)$ , determinare gli estremanti della curva e classificarli.

7. **(p.ti 5)** Studiare la funzione  $f(x) = \frac{\log x - 7}{\log x + 3}$ , discuterne l'invertibilità e determinare  $(f^{-1})'(-\frac{7}{3})$

8. **(p.ti 3)** Determinare tutte le soluzioni complesse dell'equazione  $z^4 + 4z^2 - 21 = 0$

9. **(p.ti 4)** Data  $f(x)$  in figura disegnare un grafico qualitativo di



- $F(x) = \int_0^x f(t) dt$
  - $f'(x)$
  - $f(|x|)$
- calcolando  $F(1)$